

FUNCIONES – III (EXPONENCIALES Y LOGARÍTMOS)

1) Ordena de mayor a menor los siguientes pares de números: $0'9^2$ y 1^2 ; $0'8^5$ y $0'8^3$; $1'6^6$ y $1'6^7$.

2) Resuelve los siguientes ejercicios de exponenciales:

a) $2^x = 8$

b) $8^x = 32$

c) $2^{x-3} = 16$

d) $2^{5x+4} = 8^x$

e) $3^{7-3x} = 27$

f) $3^{3x+8} = 81$

g) $3^{5x+5} = 9^x$

h) $5^{3x+10} = 125$

i) $5^{2x-9} = 625$

j) $5^{3-7x} = 125^{2x}$

k) $7^{9x-6} = 49$

l) $7^{2x+5} = 343$

m) $7^{5x+1} = 49^{3x+2}$

n) $a^{3x-2} = 1$

o) $3^{2-x^2} = 3$

p) $3^{3x-2} = 81$

q) $7^{3x-2} = 2401$

r) $9^{x-2} = 3^{3x+1}$

s) $4^{3x+5} = 8^{2x-3}$

t) $5^{\frac{x-3}{4}} = 25$

u) $4^{x^2-11x+30} = 16$

v) $\frac{1}{32} = 2^{3-5x}$

w) $4^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5}$

x) $e^{x-1} = e^{2(x+1)}$

3) Resuelve:

a) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

b) $25^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0$

c) $e^x - 5e^{-x} + 4e^{-3x} = 0$

d) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x = 4$

e) $3^x - 3^{2x} = 12$

f) $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x - 2 = 0$

g) $2^{x+2} + 4^x - 2^{x-2} = 1$

h) $5^x + 4 \cdot 5^{2x} = 62625$

i) $7^{x^2-3x+2} = 1$

j) $4^x - 3 \cdot 2^x - 40 = 0$

k) $2^{3x-1} + 2^{6x-4} - 8 = 0$

l) $27^x + 9^{3x} - 12 = 0$

m) $3^{2-x} + 2 \cdot 3^{3-x} = 7$

n) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

o) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

p) $4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$

q) $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$

r) $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

4) Resuelve:

a) $2^x - 3 \cdot 2^{2x-1} + 5 \cdot 2^{x-2} + 78 = 0$

b) $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{4x} + 4^{2x} + 12 = 0$

c) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$

d) $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 120$

e) $4^x + 4^{x-1} + 4^{x-2} = 336$

f) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 775$

g) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

h) $3^{2x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 3$

q) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$

i) $2^{2x-1} - 6 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$

j) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

k) $7^{2x+1} - 2 \cdot 7^{x+1} + 7 = 0$

l) $5^{3x+2} + 3 \cdot 5^{6x+2} - 100 = 0$

m) $6^x - 9 \cdot 6^{-x} + 8 = 0$

n) $3^{2(x+1)} - 18 \cdot 3^x + 9 = 0$

o) $2^{2x-1} - 5 \cdot 2^{x-1} + 2 = 0$

p) $3^{3x} - 13 \cdot 9^x + 39 \cdot 3^x = 27$

5) Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 3^x = \frac{243}{3^y} \\ 2^x = 2^y \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5^{xy} - \frac{10}{5^{xy}} - 3 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}} \\ 4^{2y} + 16 \cdot 4^{-2y} - 10 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} e^{2x} - 2 \cdot e^y = -1 \\ e^{2x} - e^{-y} = 0 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2^x + 2^y = 10 \\ \frac{2^x}{2^y} = 4 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2^{2x} + 2^{2y} = 80 \\ 2^{2(x+y)} = 1024 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x \cdot y = 1 \\ x^x = y^x \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y = 7 \\ (x + y) \cdot \sqrt[3]{27} = 21 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x \cdot y = 1 \\ x^{4y} \cdot y^x = 1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 2^{2x+1} - 10 \cdot 5^{y-1} = 22 \\ 4 \cdot 2^{x-2} + 5^{y+1} = 29 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{3}{5}} = 5^3 \\ x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{5}} = 5 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} \sqrt[3]{x+y} = 6 \\ (x+y) \cdot 3^x = 5832 \end{cases}$$

6) Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \log_2(x-3) + \log_2(x-2) = 1$$

$$b) \log_2(x^2+1) - \log_2 x = 1$$

$$c) \log_2(9x^2-20) - \log_2 x - \log_2 6 = 2$$

$$d) \log_2(x^2+1) - \log_2 x = \log 2$$

$$e) \log_4 x - \log_4(x-1) = 1$$

$$f) \log_4 x - \log_2 x = 9$$

$$g) \log_2 x - 3 \frac{\log_8(x+1)}{2} = 2$$

$$h) \log_4 x = \frac{5}{2}$$

7) Simplifica la expresión: $3 \cdot \log_4(5-x) - \log_4(25-x^2) + \log_4(5+x)$, $-5 < x < 5$

8) Resolver los siguientes ejercicios de logaritmos:

$$a) \log(x+6) = \log(2x-1)$$

$$b) \log(x^2+2x) = \log 3$$

$$c) \log(2x-7) - \log(x-1) = \log 5$$

$$d) \log(2x-7) - \log 18 = \log x$$

$$e) 2 \log(x) - \log(x^2-6) = 1$$

$$f) \log(x+6) = 1 + \log(x-3)$$

$$g) \log(3-x^2) = \log 2 + \log x$$

$$h) \log(3x-2) + \log 6 = \log 5x$$

$$i) \log(3x+4) - \log(2-3x) = 2 \log 5$$

$$j) \log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4)$$

9) Resolver:

$$a) 3^{2x-5} = 7^{4-5x}$$

$$b) 5^{x+2} - 5^{x+1} = 40$$

10) Demuestra que:

$$a) \log_{x^2} y = \frac{1}{2} \log_x y$$

$$b) \log_a b \cdot \log_b a = 1$$

11) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log \sqrt{3x+4} + \frac{1}{2} \log(5x+1) = 1 + \log 3$

b) $(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$

c) $(x^2 - 4x + 7) \log 5 + \log 16 = 4$

d) $3 \log x - \log 32 = \log \frac{x}{2}$

e) $2 \log x = \log \frac{x}{2} - 1$

f) $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x - \log \frac{32}{9}$

g) $2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$

h) $2 \log x - \log(x-16) = 2$

i) $\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$

j) $\log(5x-3)^2 + 2 \log(2x+3) = 2$

k) $\frac{\log 3 + \log(11-x^3)}{\log(5-x)} = 2$

l) $\log(28-x^3) - 3 \log(4-x) = 0$

m) $\log(x+4) = 1 - \log(x-5)$

Soluciones: $7 - 2, 3 - 3, 1 - 4 - \frac{1}{20} - 3 - 100 - 20, 80 - \frac{13}{5} - 1 - \frac{-4}{3}, \frac{-1}{2} - 3, 1 - 6$

12) Resolver los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 70 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases} \text{ sol.}(50, 20), (20, 50)$

b) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases} \text{ sol.}(\frac{10}{3}, \frac{1}{3})$

c) $\begin{cases} x - y = 8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases} \text{ sol.}(16, 8)$

d) $\begin{cases} \log x + \log 5 = 3 \log 5 \\ \log x^3 + \log y^3 = 6 \end{cases} \text{ sol.}(25, 4)$

e) $\begin{cases} 2 \log x - 3 \log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases} \text{ sol.}(100, \frac{1}{10})$

f) $\begin{cases} \log x + 3 \log y = 5 \\ \log \frac{x^2}{y} = 3 \end{cases} \text{ sol.}(100, 10)$

g) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2 \log x - 2 \log y = -2 \end{cases} \text{ sol.}(10, 100)$

h) $\begin{cases} \log_x(y-18) = 2 \\ \log_y(x+3) = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ sol.}(\frac{3}{2}, \frac{81}{4})$

i) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ 2^x \cdot 2^y = 2^{11} \end{cases} \text{ sol.}(7, 4)$

13) Resolver:

a) $\log(\sqrt{x^2+11}) - \log \sqrt{x+4} = \frac{1}{2} \log 4$

b) $2 \log x = \log\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{3}{5}$

c) $2 \log x + \log(x^2 + 15) = \log 16$

d) $\log \sqrt{x} - \log \sqrt{2} = \frac{1}{2}$

e) $\frac{\log_8\left(\frac{8}{x^2}\right)}{(\log_8 x)^2} = 3$

f) $\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$

g) $\log_x 10 = 5 - 4 \cdot \log_{10} x$

14) Resolver los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 7^x - 6 \cdot 2^y = 1 \\ 7^x - 2^y = 41 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \log_2 xy \cdot \log_2 y = 3 \\ (\log_2 x)^2 - (\log_2 y)^2 = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \log x - \log 5 = 3 \log 5 \\ \log x^3 - \log y^2 = \log 2^4 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \log_2 xy = 5 \\ \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{y} \right) = 1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 2 \log x + 3 \log y = 5 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} + 1 = 3^{y+1} \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 44 \\ e^x \cdot e^y = e^{11} \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x + y = 22 \\ \log x = \log y + 1 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} 5^x = 5^y \cdot 625 \\ 2^x \cdot 2^y = 256 \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 3 \cdot 4^x + 3^{x+1} = 57 \\ 8 \cdot 4^{x-1} - 3^x = 29 \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} 2^{x+y} = 4^{x-y} \\ 3^{xy} = 531441 \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} - 5^{y+1} = -9 \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

p)
$$\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$$

q)
$$\begin{cases} 3^{x+y} = 27 \\ \log_5 x + \log_5 y = \log_5 2 \end{cases}$$